

# UNIDAD N°4

## Funciones

### Función Lineal

Asignatura

**Matemática PI**

Universidad Provincial del Sudoeste

Autor

**Dr. Ing. Carlos Berger**



---

## DOCUMENTO TEÓRICO

### Unidad N°4. Funciones: Función Lineal

**Asignatura:** Matemática PI

#### INDICE DE CONTENIDOS

---

<b>1. FUNCIÓN LINEAL</b> .....	2
1.1. Intersecciones con los ejes .....	2
1.2. Ecuación de una recta de pendiente conocida que pasa por un punto dado ..	3
1.3. Ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados.....	3
1.4. Ángulo de inclinación.....	4
1.5. Rectas paralelas y perpendiculares .....	5
<b>2. BIBLOGRAFÍA</b> .....	7

## 1. FUNCIÓN LINEAL



Sean  $m, b \in \mathbb{R}$  fijos. Se llama **función lineal** a toda función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que para cada  $x \in \mathbb{R}$   $f(x) = mx + b$

Podemos distinguir las siguientes características particulares:

- ✓ El gráfico de una función lineal es una recta no vertical
- ✓  $m$  se llama **pendiente** de la recta. Representa una proporción de un cambio vertical respecto a un cambio horizontal.
- ✓  $b$  se llama **ordenada al origen**.
- ✓ Si  $m = 0$  la recta es horizontal y su ecuación es  $y = b$ .
- ✓ En particular, la ecuación del eje  $x$  es  $y = 0$ .
- ✓ La recta vertical de ecuación  $x = x_0$  no es una función lineal.



**Ejemplo 1:** La recta  $y = \frac{-3}{4}x + 3$  tiene pendiente  $\frac{-3}{4}$  y ordenada al origen 3.

### 1.1. Intersecciones con los ejes

Si la recta interseca a ambos ejes, se dice que es **oblicua**. Siempre existe un punto de intersección con el eje  $y$ , con coordenadas  $(0, b)$ . Con el eje  $x$  puede haber un punto de intersección, infinitos o ninguno. Para hallarlos, nos planteamos resolver la ecuación lineal  $mx + b = 0$ . Si  $f$  interseca al eje  $x$ , las coordenadas del punto son  $(r, 0)$  siendo  $r \in \mathbb{R}$  la solución de la ecuación anterior.



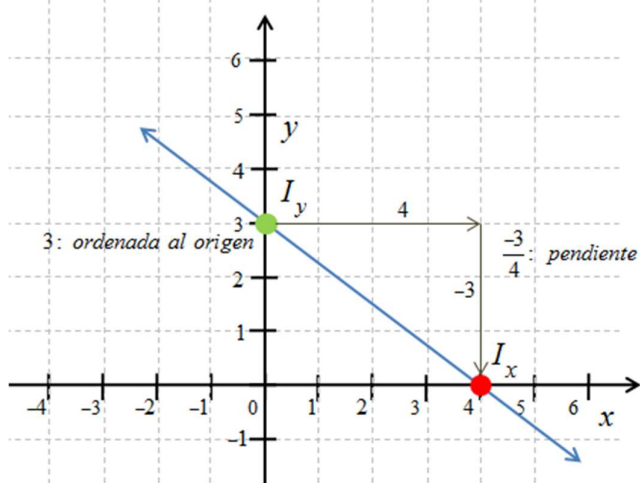
**Ejemplo 2:** Hallar las intersecciones de la función  $f(x) = \frac{-3}{4}x + 3$  con los ejes coordenados.

La ordenada al origen es  $b = 3$ , por lo tanto la intersección con el eje  $y$  es el punto  $(0, 3)$ .

$$\text{Resolviendo } f(x) = 0: \quad \frac{-3}{4}x + 3 = 0 \Rightarrow \frac{-3}{4}x = -3 \Rightarrow x = \cancel{3} \cdot \frac{4}{\cancel{3}} \Rightarrow x = 4$$

Por lo tanto, la intersección con el eje  $x$  es el punto  $(4,0)$ . En la figura siguiente representamos la función dada.

**FIGURA 1. Función lineal (ejemplo 2).**



### 1.2. Ecuación de una recta de pendiente conocida que pasa por un punto dado

Sea  $m$  la pendiente de la recta y  $P_1 = (x_1, y_1)$  el punto indicado. La ecuación de la recta correspondiente es:

$$y = m(x - x_1) + y_1$$



**Ejemplo 3:** Hallar la ecuación de la recta con pendiente igual a 2 que pasa por el punto  $(1, -3)$ .

Reemplazando en la fórmula obtenemos:

$$y = 2(x - 1) + (-3) = 2x - 5$$

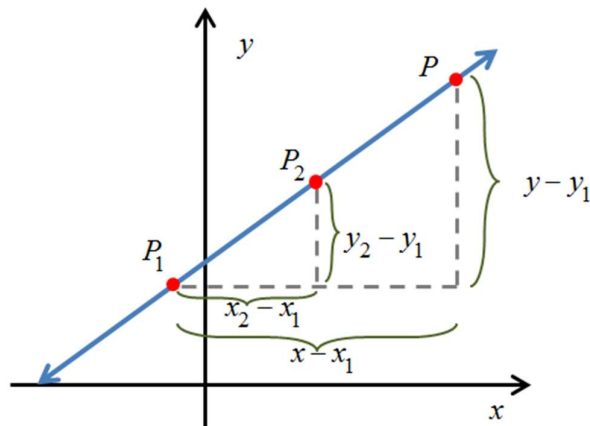
### 1.3. Ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados

Sean  $P_1 = (x_1, y_1)$  y  $P_2 = (x_2, y_2)$ . La ecuación de la recta que pasa por ambos es la función lineal:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

La deducción de la fórmula anterior puede realizarse a partir de la semejanza de triángulos de la figura 2.

FIGURA 2. Recta que pasa por dos puntos.



En el gráfico, la semejanza de triángulos se plantea a partir de las proporciones:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

desde donde se deduce que la pendiente es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



**Ejemplo 4:** Hallar la recta que pasa por los puntos  $(-1,8)$  y  $(4,-2)$ .

Primero calculamos la pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 8}{4 - (-1)} = \frac{-10}{5} = -2$$

y luego armamos la ecuación eligiendo cualquiera de los dos puntos

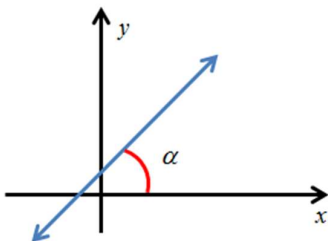
$$y = -2(x - (-1)) + 8 = -2x + 6$$

#### 1.4. Ángulo de inclinación



Se llama **ángulo de inclinación** de la recta al ángulo que ésta forma con el semieje  $x$  positivo medido en el sentido anti-horario.

**FIGURA 3. Ángulo de inclinación.**



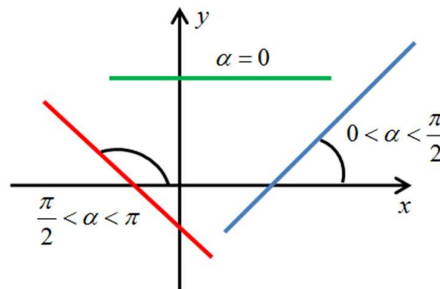
Obs.: la pendiente da la inclinación de la recta. Si  $m$  es la pendiente de la recta, entonces:  $m = \text{tg}(\alpha)$ . (tangente del ángulo de inclinación).

**FIGURA 4. Relación entre pendiente y ángulo de inclinación.**

Si  $m > 0$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Si  $m = 0$ ,  $\alpha = 0$

Si  $m < 0$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$



### 1.5. Rectas paralelas y perpendiculares



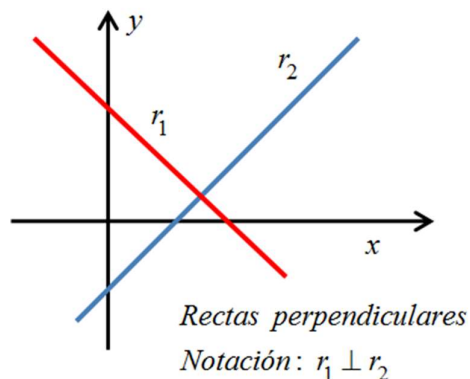
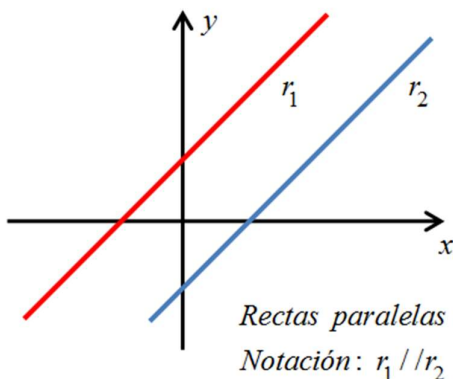
Consideremos dos rectas cuyas ecuaciones en forma genérica son:

$$r_1 : y = m_1x + b_1; \quad r_2 : y = m_2x + b_2.$$

$r_1$  y  $r_2$  son paralelas si y sólo si  $m_1 = m_2$

$r_1$  y  $r_2$  son perpendiculares si y sólo si  $m_1 \cdot m_2 = -1$

**FIGURA 5. Rectas paralelas y perpendiculares.**



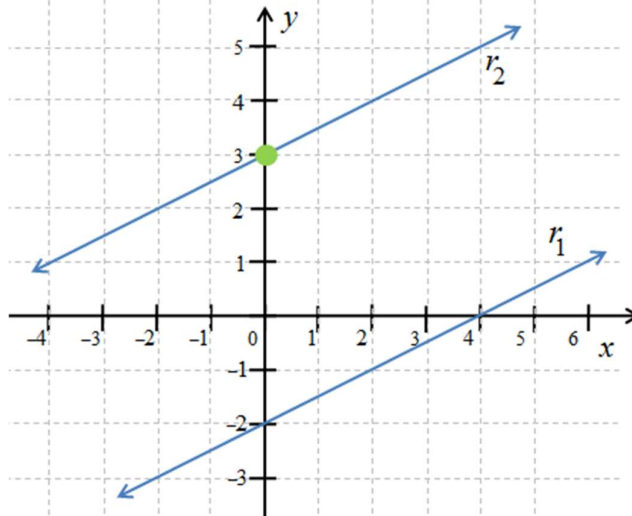


**Ejemplo 5:** Hallar la ecuación de la recta  $r_2$  que pasa por el punto  $(0,3)$  y es paralela a la recta  $r_1$  de ecuación  $y = \frac{1}{2}x - 2$ .

En primer lugar, para que las rectas sean paralelas, debemos usar la misma pendiente que la recta dada. Conociendo la pendiente y el punto por donde debe pasar la nueva recta, armamos la ecuación:

$$m_2 = m_1 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad r_2 : y = \frac{1}{2}(x-0) + 3 \quad \Rightarrow \quad r_2 : y = \frac{1}{2}x + 3$$

**FIGURA 6. Rectas paralelas (ejemplo 5).**

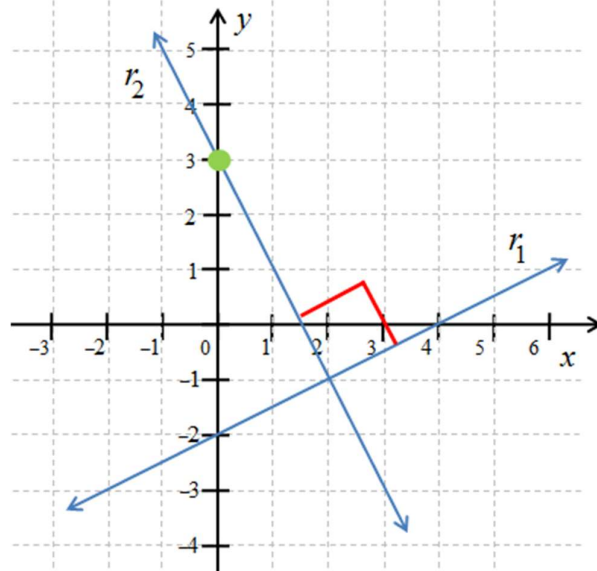


**Ejemplo 6:** Hallar la ecuación de la recta  $r_3$  que pasa por el punto  $(0,3)$  y es perpendicular a la recta  $r_1$  de ecuación  $y = \frac{1}{2}x - 2$ .

En primer lugar, para que las rectas sean perpendiculares, debemos hallar el valor de pendiente tal que la multiplicación dé  $-1$ . Conociendo la pendiente y el punto por donde debe pasar la nueva recta, armamos la ecuación:

$$m_3 = \frac{-1}{m_1} = -2 \quad \Rightarrow \quad r_3 : y = -2(x-0) + 3 \quad \Rightarrow \quad r_3 : y = -2x + 3$$

FIGURA 7. Rectas perpendiculares (ejemplo 6).



## 2. BIBLOGRAFÍA

- Arya, J. C.; Lardner, R. W. (2009). "Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía", quinta edición. México: Pearson Educación.
- Haeussler, E. F.; Paul, R. S. (2003). "Matemáticas para Administración y Economía", décima edición, México: Pearson.
- Stewart, J.; Redlin, L.; Watson, S. (2012). "Precálculo. Matemáticas para el cálculo", sexta edición. México: CengageLearning.
- Tussy, A. S.; Gustafson, R. D. (2006). "Matemáticas Básicas", tercera edición, México: CengageLearning.